

**Fonksiyonlar, Olasılık, Parabol, Eşitsizlik,  
Trigonometri, Mantık**  
gibi konulardaki problemlerini halletmek isteyenler için...

# **ANTRENMANLARLA MATEMATİK**

**Üçüncü Kitap**

Halil İbrahim KÜÇÜKKAYA  
Ahmet KARAKOÇ Mehmet GİRGİÇ

**Bu kitabın tamamı veya bir kısmının, yazarının önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi veya herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayımlanması ve depolanması yasaktır.**

**Buna uymayanlar kitabın hazırlanmasındaki mali külfeti ve tüm cezai müeyyideleri kabullenmiş ve kul hakkına girmiş olurlar.**

**ISBN: 978-605-9409-31-5**

**ANTRENMAN YAYINCILIK**

**Sertifika No : 20137**

**Antrenmanlarla MATEMATİK iletişim**

**Tel: (0553) 054 1530**

**web: [www.antrenmanyayincilik.com](http://www.antrenmanyayincilik.com)**

**Temmuz 2018**

**İstanbul**

**Baskı – Cilt**

## **Bu yolculuğun sonunda hedefinize varmış olacaksınız,**

Çok iyi biliyorum ki Bu setin üçüncü kitabı bittiğinde, Parabol, Trigonometri, Olasılık gibi en sıkıntılı konular bile sizin için problem olmaktan çıkacak. Buna gerçekten inanın ve pes etmeyin.



Ve unutmayın ki **“ Matematikte zekâdan önce sabır gelir.”**

Antrenmanlarla matematik yolculuğuna başlarken ne dediğimizi hatırlayın. ☺

“Bu öyle bir yolculuk ki sonunda matematiği anlamak ve öğrenmek var. Eğer siz de matematiği öğrenme zamanınızın geldiğine inanıyorsanız buyurun. ”

Antrenmanlarla Matematik olayının ilk iki kitabıyla daha önce matematiği öcü gibi görüp asla yapamayacağını düşünen on binlerce öğrenci bu problemini aştı.

Üçüncü ve dördüncü kitaplarıyla ise MAT 2 diye tabir ettiğiniz konuları rahatlıkla yapabildiğinizi göreceksiniz. Ama sabırlı ve planlı çalışırsanız tabii ki ☺

Bu probleminizi hallettiğinizde de küçük bir teşekkür edersiniz artık ☺

Ve çok iyi biliyorum ki kesinlikle başaracaksınız. Tıpkı sizden öncekiler gibi...

Bundan o kadar eminim ki.. Ama bunu gerçekten isteyin... ☺

Çünkü **“ Vermek istemeseydi bize istemek duygusunu vermezdi.”**

Halil İbrahim KÜÇÜKKAYA

## Ümitli Kurbağa

Bir kurbağa sürüsü ormanda yürürken, içlerinden ikisi bir çukura düştü. Diğer bütün kurbağalar çukurun etrafında toplandılar.

Çukur bir hayli derindi ve arkadaşlarının zıplayıp dışarı çıkması mümkün görünmüyordu.

Yukarıdaki kurbağalar, boşuna uğraşmamalarını söylediler arkadaşlarına:

“Çukur çok derin, dışarı çıkmanız imkânsız.”

Ancak, çukura düşen kurbağalar onların söylediklerine aldırmaııp çukurdan çıkmak için mücadeleye devam ettiler. Yukarıdakiler ise hala boşuna çırpınıp durmamalarını, ölümün onlar için kurtuluş olduğunu söylüyorlardı.

Sonunda kurbağalardan birisi söylenenlerden etkilendi ve mücadeleyi bıraktı. Diğeri ise çabalamaya devam etti.

Yukarıdakiler de, çırpınıp durarak daha çok acı çektiğini söylemeyi sürdürdüler.

Ne var ki, çukurdaki kurbağa son bir hamle daha yaptı, bu kez daha yükseğe sıçramayı başardı ve çukurdan çıktı.

Çünkü bu kurbağa sağırdı. O yüzden, arkadaşlarının ümit kırıcı sözlerine kulak asmamıştı.

Etrafınızdakilerin olumsuz düşüncelerine kulaklarınızı kapatın.

**“Ümidinizi kaybetmeyin ve bilin ki ümidini kaybeden insanın kaybedeceği başka şeyi kalmamıştır.”**

Kararlı olun ve başarı kapısını sabırla çalın.

Sizden öncekilere nasıl açılmışsa size de öyle açılacaktır.

Emin olun.



## Üçüncü Kitapta Hangi Konular Var?

---

1. Mantık .....	9
2. Kümeler .....	21
3. Fonksiyonlar .....	49
4. Veri (Mod, Medyan, Aritmetik Ort., Standart Sapma, Açıklık) .....	107
5. Permütasyon .....	121
6. Kombinasyon - Binom Açılımı .....	141
7. Olasılık .....	163
8. Polinomlar .....	183
9. İkinci Dereceden Denklemler .....	203
10. Eşitsizlikler .....	233
11. Parabol .....	243
12. Trigonometri .....	265

---

---

**Üstelemek başarının temel unsurudur. Kapıyı yeterince uzun süre ve yüksek sesle çalarsanız, birilerini uyandıracığınızdan emin olabilirsiniz.**

H. W. Longfellow

**Matematikte zekâdan önce sabır gelir.**

Cahit Arf

---



**MANTIK**

**Beynimize ne yapmak istediğini söylemezseniz, nasıl yapabileceğinizi sizin için araştırıp size söylemeyecektir. Hatta onu yapmanıza izin vermeyecektir.**

Muhammed Bozdađ



**İnsanı hayvandan ayıran akıldır. İnsan, akıldan uzaklaştığı zaman, hayvan ortaya çıkar.**

Epiktetos



## MANTIK

Mantık konusu öğrenci milletinin pek de keyif almadığı konulardan biri. Ama yine de belli başlı bazı tanımları bilmekte fayda var. En azından bir iki defa okuyun.:

**Mantık;** anlamlı ve sistemli düşünce üretme kuralına dayanan bir yapıdır.

**Önerme,** doğru ya da yanlış kesin bir hüküm bildiren ifadelere **önerme** denir.

Zaten doğru veya yanlış olan ifadeler mutlaka bir hüküm belirtirler. Hüküm belirtmeyen ifadeler; soru, emir, istek ve ünlem cümleleridir.

Örneğin,

“2 sayısı 5 sayısından büyüktür.” bir önermedir. (Yanlış hüküm.)

“Yarın hava güneşli olsa.” önerme değildir. (Hüküm bildirmiyor.)

Matematikte, önermeler genellikle p, q, r, s, t, .... gibi küçük harflerle gösterilir.

**Herhangi bir önerme doğru bir hüküm bildiriyorsa D veya 1, yanlış bir hüküm bildiriyorsa Y veya 0 ile ifade edilir. Buradaki 1 veya 0'ı sayı gibi düşünmeyeceksiniz.**

Bunlar önermenin doğru veya yanlış olduğunu gösteren birer semboldür. Doğruluk değerlerinin gösterildiği tabloya da **doğruluk tablosu** denir.

**Denk Önermeler :** Doğruluk değerleri aynı olan iki önermeye denk önermeler denir.

p ve q önermeleri birbirine denk ise  $p \equiv q$  şeklinde, p ve q önermeleri denk değilse bu  $p \not\equiv q$  şeklinde gösterilir.

Örneğin

p : En küçük asal sayı 1 dir.

q :  $2x + 5 = x + 8$  ise  $x = 3$  tür.

r : İki basamaklı en küçük doğal sayı 10 dur.

Yudarıdaki p, q ve r önermelerine göre,  $q \equiv r$  ve  $p \not\equiv q$  dur.

### Bir Önermenin Değili (Olumsuzu)

Bir önermenin hükmünün değiştirilmesiyle elde edilen yeni önermeye bu **önermenin değili (olumsuzu)** denir. ve ( $p'$  ile veya  $\sim p$ ) gösterilir. (p nin değili diye okunur.)

Örneğin,

p: “2 tek sayıdır.” önermesinin değili  $p'$ : 2 tek sayı değildir. şeklindedir.

Örneğin,

a :  $7 - 2 > 3$  önermesinin değili  $a'$  :  $7 - 2 \leq 3$  tür.

Bir önermenin değilinin değili kendisidir. Yani,  $(p')' = p$  dir.

### Bileşik Önerme

Birden çok önermenin “veya”, “ve”, “ ya da”, “ise”, “ancak ve ancak” gibi bağlaçlarla bağlanmasıyla elde edilen önermelerdir.

### Veya Bağlacı

p ve q herhangi iki önerme olmak üzere, bu iki önermeden en az biri doğru (1) iken doğru, her ikisi de yanlış (0) iken yanlış olan önermeye **p veya q** bileşik önermesi denir ve  $p \vee q$  şeklinde gösterilir. p veya q diye okunur.

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

### Ve Bağlacı

p ve q herhangi iki önerme olmak üzere, bu iki önermenin her ikisi de doğru (1) iken doğru, diğer durumlarda yanlış olan önermeye **p ve q** bileşik önermesi denir. ve  $p \wedge q$  şeklinde gösterilir. p ve q diye okunur.

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

### $\vee, \wedge$ bağlaçlarıyla ilgili özellikler

- $p \vee p \equiv p, \quad q \wedge q \equiv q$
- $p \vee q \equiv q \vee p$   
 $p \wedge q \equiv q \wedge p$
- $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$   
 $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
- $\vee$  nin  $\wedge$  üzerine dağılım özelliği  
 $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$   
 $\wedge$  nin  $\vee$  üzerine dağılım özelliği  
 $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

### De Morgan Kuralları

Herhangi iki önerme olan p ve q önermeleri arasındaki

$$(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$$

$$(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$$

denklikleri her zaman doğrudur.

### Ya da Bağlacı ( $\vee$ )

$p \vee q$  önermesi "p ya da q" diye okunuyor

İki önermeden **sadece biri** doğru(1) iken doğru(1), diğer durumlarda yanlış olan önermedir.

$p \vee q$  önermesinin doğruluk tablosu şu şekilde olur.

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

### İse " $\Rightarrow$ " bağlacı (Koşullu Önerme)

p ve q herhangi iki önerme olmak üzere, p doğru, q yanlış iken yanlış, diğer durumlarda doğru olan önermedir.

$p \Rightarrow q$  (p ise q) şeklinde gösterilir.

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

p ve q önermeleri için,  $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$  dur.

### Koşullu önermenin değili, karşıtı, tersi ve karşıt tersi

p ve q önermeleri için,  $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$  idi.

$p \Rightarrow q$  bileşik önermesinin değili :  $(p \Rightarrow q)' \equiv p \wedge q'$  dir.

: tersi :  $p' \Rightarrow q'$  dir.

: karşıtı  $q \Rightarrow p$  dir.

: karşıt tersi  $q' \Rightarrow p'$  dir.

### $\Leftrightarrow$ bağlacı (İki Yönlü Koşullu Önerme)

p ve q önermeleri aynı değeri aldığında doğru, farklı değerler aldığında yanlış olan bileşik önermeye **iki yönlü koşullu önerme** denir.  $p \Leftrightarrow q$  şeklinde gösterilir ve **p ancak ve ancak q** diye okunur.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

p ve q önermeleri için,  $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  dir.

Değişme özelliği vardır. Yani,  $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$  dir.

p ve q önermeleri için,  $(p \Leftrightarrow q)' \equiv p' \Leftrightarrow q'$  dir.

### Kümelerdeki İşlemler ile Sembolik Mantık Kuralları Arasındaki İlişki

Kümeler ve mantık konusundaki semboller arasındaki ilişkiyi anlatan en güzel tablo şu.

İkisinde de hemen hemen aynı işlemleri yaparsınız.

Sembolik Mantık	0	1	$\wedge$	$\vee$	'	$\equiv$
Kümeler	$\emptyset$	E	$\cap$	$\cup$	'	=

Sembolik mantıktaki bazı işlemlerin kümelerde karşılığı olan işlemler.

Sembolik Mantık	Kümeler
$p \vee p' \equiv 1$	$A \cup A' \equiv E$
$p \wedge p' \equiv 0$	$A \cap A' \equiv \emptyset$
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
$(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$	$(A \cup B)' = A' \cap B'$

Bu tablo daha da genişletilebilir.